

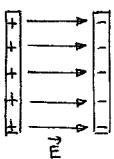
INTENSIDAD DEL CAMPO ELECTRICO

Se define el vector campo  $\vec{E}$  o la intensidad de campo eléctrico en un punto como la fuerza  $\vec{F}$  que actúa sobre una unidad de carga de prueba positiva colocada en ese punto.

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}}$$

unidad en SI  $\rightarrow N/C$

Un campo es uniforme cuando tiene la misma intensidad, la misma dirección y el mismo sentido en todos sus puntos, por ej., el campo existente entre dos láminas metálicas planas, paralelas y muy próximas cargadas cada una de signo contrario.



Como  $\vec{F} = \vec{E} \cdot q \Rightarrow$  nos permite el cálculo de la fuerza que actúa sobre cualquier carga colocada en un punto, conocida la intensidad del campo en ese punto y el valor de la carga.

Para una carga puntual aislada:

$$Q \quad r \quad P \quad \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{k \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}}{q} = k \frac{Q}{r^2} \vec{u}$$

$$\boxed{\vec{E} = k \frac{Q}{r^2} \vec{u}}$$

El campo eléctrico disminuye con el cuadrado de la distancia, lo mismo que el campo gravitatorio y es un campo de fuerzas conservativas, y, por tanto conservativo.

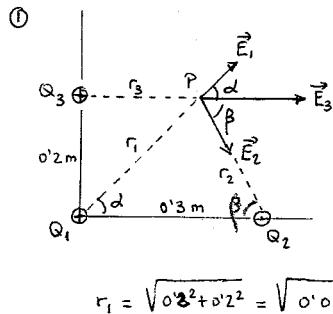
Para un sistema de cargas puntuales:

Para hallar el campo creado por un conjunto de cargas aisladas  $Q_1, Q_2, Q_3, \dots$ , en un punto, aplicamos el principio de superposición, y obtenemos que el campo resultante es la suma vectorial de los campos creados por cada una de las cargas

$$\boxed{\vec{E} = \sum \vec{E}_i}$$

- ① Dibujamos las direcciones de los campos. Estas direcciones deben coincidir con la dirección de la fuerza que ejerce cada carga sobre la carga de prueba positiva colocada en el punto.
- ② Hallamos el módulo de cada campo por separado
- ③ Realizamos las descomposiciones cartesianas necesarias
- ④ Realizamos la suma vectorial y hallamos el módulo.

Ej.: Tres cargas eléctricas  $Q_1 = 2 \cdot 10^{-6} C$ ,  $Q_2 = -2 \cdot 10^{-6} C$  y  $Q_3 = 3 \cdot 10^{-6} C$  se hallan en los puntos  $(0,0)$ ,  $(30,0)$  y  $(0,20)$ . Halla el campo resultante en el punto  $(20,20)$ . Las coordenadas están en cm.



②

$$E_1 = k \frac{Q_1}{r_1^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-6}}{(8 \cdot 10^{-2})^2} = 225 \cdot 10^5 N/C$$

$$E_2 = k \frac{Q_2}{r_2^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-6}}{(5 \cdot 10^{-2})^2} = 316 \cdot 10^5 N/C$$

$$E_3 = k \frac{Q_3}{r_3^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{3 \cdot 10^{-6}}{(2 \cdot 10^{-1})^2} = 675 \cdot 10^5 N/C$$

$$r_1 = \sqrt{0.8^2 + 0.2^2} = \sqrt{0.08} = \sqrt{8 \cdot 10^{-2}} m$$

$$r_2 = \sqrt{0.1^2 + 0.2^2} = \sqrt{0.05} = \sqrt{5 \cdot 10^{-2}} m$$

$$r_3 = 0.2 = 2 \cdot 10^{-1} m$$

③  $\tan \alpha = \frac{0.2}{0.2} \quad \alpha = 45^\circ$

$$\vec{E}_1 = 225 \cdot 10^5 \cos 45^\circ \vec{i} + 225 \cdot 10^5 \sin 45^\circ \vec{j}$$

$\tan \beta = \frac{0.2}{0.1} \quad \beta = 63.4^\circ$

$$\vec{E}_2 = 316 \cdot 10^5 \cos 63.4^\circ \vec{i} - 316 \cdot 10^5 \sin 63.4^\circ \vec{j}$$

$$\vec{E}_3 = 675 \cdot 10^5 \vec{i}$$

④  $\vec{E} = \sum \vec{E}_i = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 \Rightarrow \vec{E} = 9 \cdot 9 \cdot 10^5 \vec{i} - 163 \cdot 10^5 \vec{j}$

$$E = \sqrt{(9 \cdot 9 \cdot 10^5)^2 + (-163 \cdot 10^5)^2} = 1003 \cdot 10^5 N/C$$

$$\boxed{E = 1003 \cdot 10^5 N/C}$$

✓

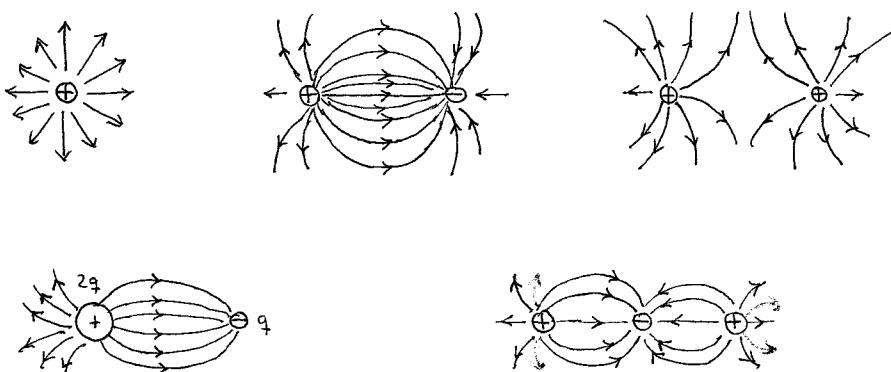
$$\gamma = \arctg \frac{163 \cdot 10^5}{9 \cdot 9 \cdot 10^5}$$

### LÍNEAS DEL CAMPO ELECTRICO

El campo eléctrico se representa mediante las llamadas líneas de campo o líneas de fuerza, las cuales tienen la misma dirección que el vector campo en cada punto. Estas líneas imaginarias tienen las siguientes propiedades:

- Son radiales y simétricas en el caso de cargas puntuales, salientes si la carga es positiva y entrantes si es negativa.
- Su número es proporcional a la magnitud de la carga. Por ej., de una carga doble, saldrán el doble de líneas de fuerza.
- No pueden cortarse pues existiría en el punto de corte dos vectores campo distintos.
- Si el campo es uniforme, las líneas de campo son rectas paralelas.

Las líneas de fuerza se trazan de modo que su dirección y sentido coincidan en cada punto del espacio con los de la fuerza que actuaría sobre una carga de prueba positiva.



### CAMPO ELECTRICO : POTENCIAL Y DIFERENCIA DE POTENCIAL

#### POTENCIAL ELECTRICO

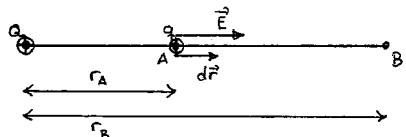
Similarmente a un cuerpo de masa  $m$ , que posee una energía potencial por ocupar una posición en el campo gravitatorio, una carga  $q$  posee una energía potencial eléctrica por ocupar una posición en un campo eléctrico.

Potencial,  $V$ , en un punto de un campo eléctrico es la energía potencial eléctrica que posee la unidad de carga positiva situada en ese punto.

$$V = \frac{E_p}{q} \quad V \rightarrow \text{magnitud escalar} \rightarrow V = \frac{\text{Julio}}{\text{Coulombio}} = \text{Voltrio}$$

Una carga eléctrica  $Q$  crea dos campos, uno vectorial,  $\vec{E}$ , y otro escalar,  $V$ .

#### ENERGIA POTENCIAL ELECTRICA



Sea el campo eléctrico  $\vec{E}$  variable creado por una carga positiva  $Q$ , y dos puntos A y B del campo situados a las distancias  $r_A$  y  $r_B$  de la carga  $Q$ .

Para calcular el trabajo realizado por las fuerzas eléctricas cuando una carga de prueba  $q$  se traslada desde A a B, siguiendo la dirección del campo, hay que tener en cuenta que la fuerza eléctrica que actúa sobre  $q$  es variable  $\vec{F} = \vec{E} \cdot q$ .

$$W_A^B = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$\vec{E} \cdot d\vec{r} = E \cdot dr \cos 0^\circ = E \cdot dr$$

$\vec{E}$  y  $d\vec{r}$  tienen la misma dirección

$$W_A^B = q \int_A^B E \cdot dr \quad \text{Como } E = \frac{F}{q} = K \frac{Q}{r^2} = K \frac{Q}{r^2}$$

$$W_A^B = q \int_A^B K \frac{Q}{r^2} dr \rightarrow W_A^B = K Q q \int_A^B \frac{dr}{r^2}$$

$$W_A^B = K Q q \left[ -\frac{1}{r} \right]_A^B$$

$$W_A^B = K Q q \left[ -\frac{1}{r_B} - \left( -\frac{1}{r_A} \right) \right]$$

$$W_A^B = K Q q \left[ \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right]$$

$$W_A^B = q (V_A - V_B)^*$$

Como el trabajo realizado no depende de la trayectoria seguida por la carga, sino de sus posiciones inicial y final  $\Rightarrow$  el campo eléctrico es conservativo.  $\Rightarrow$  el trabajo es igual a la disminución de energía potencial que experimenta la carga al trasladarse desde el punto A al B:

$$W_A^B = -\Delta E_p = -[E_{pB} - E_{pA}] = E_{pA} - E_{pB} = K Q q \left[ \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right]$$

Si consideramos que el punto B está en el  $\infty$ ,  $r_B \rightarrow \infty$ :

$$E_{pA} = K \frac{Q q}{r_A}$$

que para dos cargas, en general  $\Rightarrow E_p = K \frac{Q q}{r}$

Energía potencial de un sistema formado por dos cargas eléctricas puntuales  $\Leftrightarrow$  es el trabajo que han de realizar las fuerzas del campo para separarlas hasta una distancia infinita.

- Si las cargas son del mismo signo, la fuerza F es de repulsión  $\Rightarrow E_p$  es positiva
- Si las cargas son de signos contrarios, la fuerza F es de atracción  $\Rightarrow E_p$  es negativa  $\Rightarrow$  hay que realizar un trabajo contra las fuerzas del campo para separar dichas cargas hasta el infinito.

$$Ep \xrightarrow{\substack{J \\ \rightarrow eV}} 1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J} \quad \rightarrow E_p = qV \rightarrow E_p = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \text{ V} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

#### POTENCIAL DEBIDO A UNA CARGA PUNTUAL

$$V = \frac{E_p}{q} = \frac{K \frac{Q \cdot q}{r}}{q} = K \frac{Q}{r}$$

$$W_A^B = q (V_A - V_B)$$

El potencial es positivo o negativo dependiendo del signo de la carga que crea el campo.

El potencial eléctrico tiene el mismo valor en todos los puntos de una superficie esférica concéntrica con la carga ya que  $r = \text{constante}$ . Dichas superficies reciben el nombre de superficies equipotenciales.

#### POTENCIAL ELECTRICO DEBIDO A UN SISTEMA DE CARGAS PUNTUALES

Se aplica el principio de superposición, y el potencial en un punto es igual a la suma algebraica de los potenciales debidos a cada una de las cargas.

$$V = \sum V_i = K \sum \frac{Q_i}{r_i} = K \left( \frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2} + \dots \right)$$

### DIFERENCIA DE POTENCIAL : SU RELACION CON EL TRABAJO

Sea una carga  $q$  que se desplaza en un campo eléctrico desde el punto A (potencial  $V_A$ ) hasta B (potencial  $V_B$ ). Las energías que posee la carga en dichos puntos son:

$$E_{p(A)} = q \cdot V_A \quad E_{p(B)} = q \cdot V_B$$

Si  $V_A > V_B$ , la carga libera una energía:

$$E_{p(A)} - E_{p(B)} = q \cdot V_A - q \cdot V_B = q(V_A - V_B)$$

Esta energía liberada equivale a un trabajo  $W_A^B$ , realizado por las fuerzas del campo eléctrico:

$$W_A^B = q(V_A - V_B)$$

$$\text{Como } V_A - V_B = \frac{W_A^B}{q}$$

Diferencia de potencial entre dos puntos de un campo eléctrico es el trabajo realizado al trasladar una carga  $q$  desde un punto a otro del campo eléctrico.

- Si  $q$  es positiva y  $V_A > V_B \Rightarrow W_A^B > 0$  trabajo realizado por las fuerzas del campo que hacen que la carga se desplace espontáneamente desde A hasta B.
- Si  $q$  es positiva y  $V_A < V_B \Rightarrow W_A^B < 0$  trabajo realizado por el exterior contra las fuerzas del campo para trasladar la carga desde A hasta B.
- Si  $q$  es negativa y  $V_A > V_B \Rightarrow W_A^B < 0$
- Si  $q$  es negativa y  $V_A < V_B \Rightarrow W_A^B > 0$
- Si  $V_A = V_B \Rightarrow W_A^B = 0$  los dos puntos tienen el mismo potencial (superficie equipotencial) y no se realiza trabajo al desplazar la carga.

Las cargas positivas se desplazan espontáneamente en el sentido de los potenciales decrecientes, y las cargas negativas en el de los crecientes.

### RELACION ENTRE EL CAMPO Y EL POTENCIAL

$$W_A^B = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = -\Delta E_p = E_{pA} - E_{pB}$$

$$\text{Si dividimos } W_A^B \text{ por la carga de prueba } q \rightarrow \int_A^B \frac{\vec{F}}{q} \cdot d\vec{r} = -\frac{\Delta E_p}{q} = \frac{E_{pA}}{q} - \frac{E_{pB}}{q}$$

$$\text{Como } \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \rightarrow \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\Delta V = V_A - V_B$$

Si los puntos A y B están infinitesimalmente próximos entre sí  $\rightarrow V_B - V_A = dV$

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{r} \rightarrow \vec{E} = -\frac{dV}{d\vec{r}} = -\vec{\text{grad}} V$$

$$E \rightarrow \text{N/C}, \text{ voltio/m}$$

Podemos calcular la intensidad en cada punto, si conocemos el potencial.

### MOVIMIENTO DE PARTÍCULAS CARGADAS EN UN CAMPO ELECTRICO UNIFORME

El movimiento es equivalente al de un proyectil que se mueve en un campo gravitatorio uniforme.

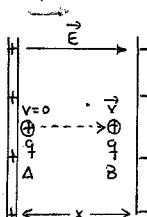
Cuando una partícula de carga  $q$  y masa  $m$  se sitúa en un campo eléctrico, la fuerza eléctrica  $\vec{F}$  sobre la carga es  $q \cdot \vec{E}$ . Por la 2<sup>a</sup> ley de Newton:  $\vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{F} = q \cdot \vec{E} = m \cdot \vec{a}$

$$\vec{a} = \frac{q \cdot \vec{E}}{m}$$

Si  $\vec{E}$  es uniforme, es decir, constante en magnitud y dirección, la aceleración será constante.

Si la carga es positiva, la aceleración tiene la dirección y sentido del campo eléctrico. Si la carga es negativa, tendrá sentido contrario al del campo eléctrico.

Ej: Supongamos una carga positiva  $q$  de masa  $m$  que se libera desde el reposo en un campo eléctrico uniforme  $\vec{E}$  dirigido a lo largo del eje  $x$ . Estudiamos su movimiento:



$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} = m \cdot \vec{a} \rightarrow a = \frac{q \cdot E}{m}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Aplicamos ecuaciones del M.R.U.A} \\ x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \\ v = v_0 + a t \end{array} \right\} \text{Además } v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot (x - x_0)$$

$$\text{Como } x_0 = 0 \text{ y } v_0 = 0 \quad x = \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow x = \frac{1}{2} \frac{q \cdot E}{m} t^2$$

$$v = a t \rightarrow v = \frac{q \cdot E}{m} \cdot t$$

$$v^2 = 2 a x \rightarrow v^2 = 2 \cdot \frac{q \cdot E}{m} x$$

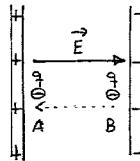
La energía cinética después de haberse movido la carga una distancia  $x$  es:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \cdot 2 \frac{q \cdot E}{m} x = q E x$$

Este resultado se puede obtener a través del trabajo  $W = F_e \cdot x = q \cdot E \cdot x$

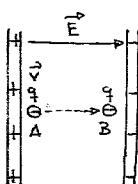
En este caso, cuando la carga pasa de A a B, siendo  $V_A > V_B$ , la carga experimenta una fuerza eléctrica  $q \vec{E}$  en la dirección y sentido de  $\vec{E}$ , por lo que se acelera ganando  $E_c$ . A medida que gana  $E_c$ , el campo pierde una cantidad igual de energía potencial,  $\Delta E_p < 0$ , y  $W > 0 \Rightarrow$  el trabajo es realizado por las fuerzas del campo.

Ej: Carga negativa que se libera desde el reposo en un campo eléctrico  $\vec{E}$  uniforme



$V_A > V_B$  La carga se acelera en sentido contrario al sentido del campo eléctrico, y al pasar de B a A, disminuye su energía potencial,  $W > 0 \Rightarrow$  el trabajo es realizado por las fuerzas del campo.  $W_B^A = q (V_B - V_A) = \Theta \cdot \Theta = + \quad W_B^A > 0$

Ej: Carga negativa que se mueve desde A hasta B, en el sentido del campo eléctrico uniforme  $\vec{E}$ .



$V_A > V_B$  La carga es frenada por las fuerzas del campo eléctrico al pasar de A a B, por lo que disminuye su  $E_c$ .  $\Rightarrow W < 0 \Rightarrow$  el trabajo es realizado por el exterior contra las fuerzas del campo.

$$W_A^B = q (V_A - V_B) = \Theta \cdot \Phi = - \quad W_A^B < 0$$