1ª Ley Cada planeta en su movimiento alrededor del Sol, describe una órbita elíptica plana en uno de cuyos focos está el Sol.

2ª Ley La velocidad areolar de cada planeta es constante $v_a = \frac{dA}{dt} = CTE$ $\Rightarrow$ movimiento no uniforme $v_{perihelio} > v_{afelio}$

3ª Ley La relación entre los cuadrados de los periodos de revolución de dos planetas es igual a la relación entre los cubos de los semiejes mayores de sus órbitas. $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3} \rightarrow \frac{R_1^3}{T_1^2} = \frac{R_2^3}{T_2^2} = K$

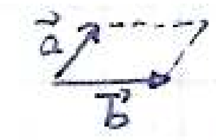
EXPLICACION DE LAS LEYES DE KEPLER

1ª Ley $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = M_0$ $\quad \vec{L} = CTE$ si $\frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \Rightarrow M_0 = 0$ — $\vec{F} = 0$ M.R.U — $\vec{r}$ y $\vec{F}$ tienen la misma dirección $\Rightarrow$ FUERZAS CENTRALES

Como la fuerza que gobierna el movimiento planetario es de tipo central $\Rightarrow \vec{L} = CTE$, y lo es en módulo, dirección y sentido $\Rightarrow$ órbitas de los planetas son planas ya que $\vec{L}$ es $\perp$ a $\vec{r}$ y $\vec{p}$ (o $\vec{v}$).

2ª Ley

$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ $\quad dA = \frac{1}{2}[\vec{r} \times d\vec{r}] = \frac{1}{2}[\vec{r} \times \vec{v}\, dt]$ $\quad \frac{dA}{dt} = \frac{1}{2}[\vec{r} \times \vec{v}]$



$\vec{a} \times \vec{b}$ = área del paralelogramo que encierran

$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ $\quad \vec{L} = \vec{r} \times (m\vec{v})$ $\quad \vec{L} = m(\vec{r} \times \vec{v})$ $\quad \frac{dA}{dt} = \frac{1}{2}\frac{\vec{L}}{m}$

Como $\vec{L} = CTE$ y $m = CTE$ $\rightarrow v = \frac{dA}{dt} = CTE = \frac{L}{2m}$

3ª Ley $F = G\frac{M \cdot m}{r^2} = \frac{mv^2}{r} = \frac{m\omega^2 r^2}{r} = \frac{m\, 4\pi^2 r}{T^2} \Rightarrow G\frac{M \cdot \cancel{m}}{r^2} = \frac{\cancel{m}\, 4\pi^2 r}{T^2} \Rightarrow \frac{G \cdot M}{4\pi^2} = \frac{r^3}{T^2}$

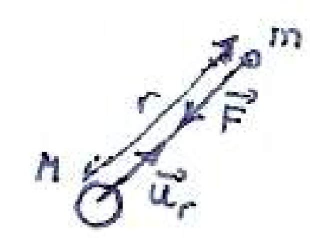
ya que $F_g = F_c$ $\quad$ Como G, M son valores constantes $\frac{r^3}{T^2} = K$

El Sol es el causante del movimiento planetario ya que K depende de M_s y no de la masa del planeta y K es igual para todos los movimiento de los planetas.

LEY DE GRAVITACION UNIVERSAL

$F = G\frac{M \cdot m}{r^2}$ $\quad G = 6'67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$ $\quad r$ = distancia entre c.d.g de los cuerpos.

ó $\vec{F} = -G\frac{M \cdot m}{r^2}\vec{u}_r$



PERIODO DE REVOLUCION DE UN PLANETA

$G\frac{M \cdot \cancel{m}}{r^2} = \frac{\cancel{m}\, 4\pi^2 r}{T^2} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{G \cdot M}}$

VALOR DE g

En la superficie terrestre $g_0 = G\frac{M_T}{R_T^2}$ ya que $F = G\frac{M_T \cdot \cancel{m}}{R_T^2} = \cancel{m} \cdot g_0$ (2ª Ley Newton)

A una altura h $\quad g = G\frac{M_T}{(R_T + h)^2}$ $\quad g_0 = 9'8\ m/s^2$

INTENSIDAD EN UN PUNTO DEL CAMPO GRAVITATORIO TERRESTRE

$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}$ $\quad \vec{g} = -G\frac{M_T}{R_T^2}\vec{u}_r$ $\quad \vec{g} = -6'67 \cdot 10^{-11}\frac{6 \cdot 10^{24}}{(6370 \cdot 10^3)^2}\vec{u}_r$ $\quad \vec{g} = -9'8\,\vec{u}_r$ $\quad (SI \rightarrow N/kg)$

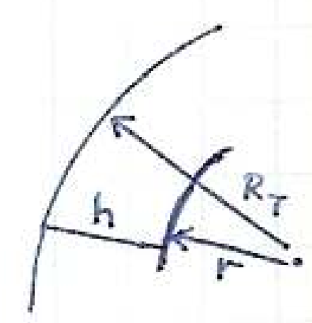
VARIACION DE g CON LA ALTURA

$$\left.\begin{array}{l} g_0 = G\frac{M_T}{R_T^2} \\ g = G\frac{M_T}{(R_T+h)^2} \end{array}\right\} g = \frac{g_0}{\left(1 + \frac{h}{R_T}\right)^2} \quad \text{Si } h \ll R_T \rightarrow g = \frac{g_0}{1 + \frac{2h}{R_T}}$$

VARIACION DE g CON LA PROFUNDIDAD

$$\left.\begin{array}{l} g = G\frac{m}{r^2} \\ g_0 = G\frac{M_T}{R_T^2} \end{array}\right\} \begin{array}{l} M_0 = \rho V = \rho\frac{4}{3}\pi r^3 \\ M_T = \rho V_T = \rho\frac{4}{3}\pi R_T^3 \end{array}\Bigg\} g = g_0\left(1 - \frac{h}{R_T}\right)$$

$r = R_T - h$



RELACION ENTRE ACELERACIONES Y RADIOS DE DOS PLANETAS

$a_A = \frac{v_A^2}{R_A} = \frac{\omega_A^2 R_A^2}{R_A} = \frac{4\pi^2}{T_A^2}R_A$ $\quad a_A = \frac{4\pi^2 R_A \cdot R_A^2}{T_A^2 \cdot R_A^2} = \frac{4\pi^2}{R_A^2}K$

$a_B = \frac{v_B^2}{R_B} = \frac{\omega_B^2 R_B^2}{R_B} = \frac{4\pi^2}{T_B^2}R_B$ $\quad a_B = \frac{4\pi^2 R_B \cdot R_B^2}{T_B^2 \cdot R_B^2} = \frac{4\pi^2}{R_B^2} \cdot K$

$\frac{a_A}{a_B} = \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^2$

FUERZAS CONSERVATIVAS (Fuerza gravitatoria, Fuerzas elásticas)

- Bajo su acción se conserva la E_m del sistema.
- Realizan un trabajo que solo depende de la posición inicial y final pero no de la trayectoria

TRABAJO REALIZADO POR UNA FUERZA GRAVITATORIA (para traer una masa desde el ∞ hasta una distancia r)

$W = \int_\infty^r \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_\infty^r -G\frac{M \cdot m}{r^2}dr = -G\, M \cdot m\left[-\frac{1}{r}\right]_\infty^r = G\frac{M \cdot m}{r}$ $\quad W = G\frac{M \cdot m}{r}$

$W = -\Delta E_p \Rightarrow$ Como $E_{p(\infty)} = 0$ $\quad E_{p(r)} = -G\frac{M \cdot m}{r}$

En general, para llevar m de r_1 a r_2

$W_{1\rightarrow 2} = G\frac{M \cdot m}{r_2} - G\frac{M \cdot m}{r_1}$

POTENCIAL GRAVITATORIO

$V = \frac{E_{p(r)}}{m} = -\frac{GM}{r}$