RELACION DE ΔE_p CON mgh

Para una masa m
$$\begin{cases} E_p \text{ en la superficie} \rightarrow E_{ps} = -G\dfrac{M_T \cdot m}{R_T} \\ E_p \text{ a una altura } h \rightarrow E_{p_h} = -G\dfrac{M_T \cdot m}{R_T + h} \end{cases}$$

$$\Delta E_p = E_{p_h} - E_{ps} = -G\frac{M_T \cdot m}{R_T+h} + G\frac{M_T \cdot m}{R_T}$$

$$\Delta E_p = G M_T \cdot m\left(\frac{h}{R_T^2 + R_T \cdot h}\right) \quad \text{Si } h \ll R_T \Rightarrow R_T \cdot h \simeq 0$$

$$\Delta E_p = G\frac{M_T \cdot m\, h}{R_T^2} \quad \text{como } g = G\frac{M_T}{R_T^2} \quad \Delta E_p = mgh$$

ENERGIA Y ORBITAS

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{M_T \cdot m}{R}$$

Si $E_m < 0$ el cuerpo está ligado al campo gravitatorio y permanece en órbita ($E<0$ órbita cerrada)
Si $E_m \geq 0$ el cuerpo no está ligado al campo gravitatorio y escapa de la órbita. ($E=0$ parábola, $E>0$ hipérbola)

$E_m < 0$ { Si el cuerpo permanece en órbita a una distancia $R = R_T + h$: $F = G\dfrac{M_T \cdot m}{R^2} = \dfrac{mv^2}{R} \rightarrow v = \sqrt{\dfrac{GM_T}{R}}$ velocidad para permanecer en órbita

$$y \quad E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}m\frac{GM_T}{R} - G\frac{M_T m}{R} \qquad E_m = -\frac{G M_T \cdot m}{2R} \Rightarrow E_m < 0$$

(Si nos dan una elipse $R = a$, a = semieje mayor de la elipse ó distancia media.)

$E_m = 0$ { $E_c + E_p = 0$ $\quad \frac{1}{2}mv_e^2 = G\dfrac{M_T \cdot m}{R} \rightarrow v_e = \sqrt{\dfrac{2GM_T}{R}}$

$$\downarrow$$
$$\frac{1}{2}mv^2 + \left(-G\frac{M_T m}{R}\right) = 0$$

V_e = velocidad de escape de un cuerpo (velocidad mínima para que salga del campo gravitatorio)

$V_e = \sqrt{\dfrac{2GM_T}{R_T}}$ (desde la superficie terrestre)

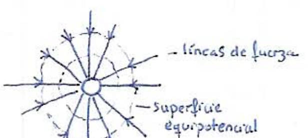
TRABAJO NECESARIO PARA PONER UN SATELITE EN ÓRBITA (O ENERGIA NECESARIA A COMUNICAR) (Aplicamos ppo conserv. energía)

En la superficie $\rightarrow E_{ps} + W$
En órbita $\rightarrow (E_c + E_p)_{órbita}$
} Ppo conservación energía } $E_{ps} + W = (E_c + E_p)_{órbita}$

$$-G\frac{M_T \cdot m}{R_T} + W = \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{M_T \cdot m}{R_T+h} \rightarrow W = \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{M_T \cdot m}{R_T+h} + G\frac{M_T \cdot m}{R_T}$$

$$\text{Como en órbita } F_g = F_c \rightarrow G\frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)^2} = \frac{mv^2}{R_T+h} \rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T+h}} \rightarrow W = \frac{1}{2}\frac{GM_T \cdot m}{R_T+h} - \frac{GM_T m}{R_T+h} + \frac{GM_T \cdot m}{R_T}$$

REPRESENTACIONES GRAFICAS DEL CAMPO GRAVITATORIO



Se representa en función de
- intensidad del campo gravitatorio mediante líneas de fuerza que su dirección coincide con la del vector intensidad de campo y su sentido es entrante hacia la masa que origina el campo gravitatorio.
- potencial gravitatorio mediante superficies equipotenciales. Todos los puntos situados a la misma distancia r de la masa m tienen el mismo potencial.

Una fuerza gravitatoria, dado su caracter conservativo, no realiza trabajo alguno sobre un cuerpo que se mueva en una superficie equipotencial. Como el potencial es el mismo, no hay variación de energía potencial y en consecuencia, el trabajo es nulo.

ENERGIA PARA SACAR EL SATELITE EN ORBITA DEL CAMPO GRAVITATORIO

$$(E_c + E_p)_{orb} + W = 0$$

SOLIDO RIGIDO

Conjunto de partículas que ocupan posiciones relativas fijas entre sí o con respecto a un origen arbitrario cualquiera.
En la rotación de un cuerpo, lo aproximamos a un sólido rígido, ya que un punto no puede girar.

MOMENTO ANGULAR DE UN SOLIDO RIGIDO $\quad \vec{L} = \Sigma\vec{L}_i = \Sigma(\vec{r}_i \times \vec{p}_i) = \Sigma(\vec{r}_i \times m_i\vec{v}_i) \qquad v_i = \omega r_i \qquad L = r_i m_i v_i$

$$L = \Sigma m_i r_i v_i = (\Sigma m_i r_i^2)\omega \qquad I = \Sigma m_i r_i^2 \rightarrow L = I \cdot \omega \quad \text{ó} \quad \vec{L} = I \cdot \vec{\omega}$$

ECUACION FUNDAMENTAL DE LA DINAMICA DE ROTACION $\quad \dfrac{d\vec{L}}{dt} = I\dfrac{d\vec{\omega}}{dt} \rightarrow \vec{M} = \dfrac{d\vec{L}}{dt} \rightarrow M = I\alpha \quad \text{ó} \quad \vec{M} = I \cdot \vec{\alpha}$

PPO DE CONSERVACION DEL MOMENTO ANGULAR $\quad \text{Si } \vec{L} = CTE \rightarrow \dfrac{d\vec{L}}{dt} = 0 \rightarrow \vec{M} = 0 \qquad L = I\omega = I'\omega'$

$$\text{Si } I < I' \rightarrow \omega > \omega'$$

ENERGIA CINETICA DE ROTACION $\quad E_{c_i} = \dfrac{1}{2}m_i v_i^2 = \dfrac{1}{2}m_i(\omega r_i)^2$ para una partícula

$$E_{c_r} = \frac{1}{2}(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \cdots)\omega^2 \qquad E_{c_r} = \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$E_{c_r} = \frac{1}{2}\frac{I\omega^2 I}{I} \qquad E_{c_r} = \frac{1}{2}\frac{L^2}{I}$$