

## HOJA 2: SELECTIVIDAD MADRID (2004-2011)

1. a) Enuncie la tercera ley de Kepler y demuéstrela para el caso de órbitas circulares. **b)** Aplique dicha ley para calcular la masa del Sol suponiendo que la órbita de la Tierra alrededor del Sol es circular con un radio medio de  $1,49 \times 10^8$  km. Dato:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$   $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$   $R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$  (Modelo 2009)
2. Calcule el momento angular de un objeto de 1000 kg respecto al centro de la Tierra en los siguientes casos:  
a) Se lanza desde el polo norte perpendicularmente a la superficie de la Tierra con una velocidad de 10 Km/s. **b)** Realiza una órbita alrededor de la Tierra en el plano ecuatorial a una distancia de 600 Km de la superficie. Datos: Constante de Gravitación  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$  Masa de la Tierra  $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ ; Radio de la Tierra  $R_T = 6370 \text{ km}$  (Septiembre 2008)
3. Llamando  $g_0$  y  $V_0$  a la intensidad de campo gravitatorio y al potencial gravitatorio en la superficie terrestre respectivamente, determine en función del radio de la Tierra: **a)** La altura sobre la superficie terrestre a la cual la intensidad de campo gravitatorio es  $g_0/2$  **b)** La altura sobre la superficie terrestre a la cual el potencial gravitatorio es  $V_0/2$  (Junio 2006)
4. Un satélite artificial describe una órbita circular alrededor de la Tierra. En esta órbita la energía mecánica del satélite es  $-4,5 \times 10^9 \text{ J}$  y su velocidad es  $7610 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  Calcule: **a)** El módulo del momento lineal del satélite y el módulo del momento angular del satélite respecto al centro de la Tierra. **b)** El periodo de la órbita y la altura a la que se encuentra el satélite. Datos: Masa de la Tierra  $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$  Radio de la Tierra  $R_T = 6370 \text{ km}$  Constante de Gravitación  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$  (Junio 2006)
5. La luz solar tarda 8,31 minutos en llegar a la Tierra y 6,01 minutos en llegar a Venus. Suponiendo que las órbitas descritas por ambos planetas son circulares, determine: **a)** el periodo orbital de Venus en torno al Sol sabiendo que el de la Tierra es de 365,25 días; **b)** la velocidad con que se desplaza Venus en su órbita. Dato: Velocidad de la luz en el vacío  $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$  (Septiembre 2004)
6. Plutón describe una órbita elíptica alrededor del Sol. Indique para cada una de las siguientes magnitudes si su valor es mayor, menor o igual en el afelio (punto más alejado del Sol) comparado con el perihelio (punto más próximo al Sol): **a)** Momento angular respecto a la posición del Sol. **b)** Momento lineal **c)** La energía potencial **d)** La energía mecánica. (Junio 2004)
7. Un satélite que gira con la velocidad angular de la Tierra (geoestacionario) de masa  $m = 5 \cdot 10^3 \text{ kg}$ , describe una órbita circular de radio  $r = 3,6 \cdot 10^7 \text{ m}$ . Determine: **a)** La velocidad areolar del satélite. **b)** Suponiendo que el satélite describe una órbita en el plano ecuatorial de la Tierra, determine el módulo, la dirección y el sentido del momento angular respecto de los polos de la Tierra. **Dato:** Periodo de rotación terrestre = 24 h (Junio 2011)
8. Un planeta orbita alrededor de una estrella de masa  $M$ . La masa del planeta es  $m = 10^{24} \text{ kg}$  y su órbita es circular de radio  $r = 10^8 \text{ km}$  y periodo  $T = 3$  años terrestres. Determine: **a)** La masa  $M$  de la estrella. **b)** La energía mecánica del planeta. **c)** El módulo del momento angular del planeta respecto al centro de la estrella. **d)** La velocidad angular de un segundo planeta que describiese una órbita circular de radio igual a  $2r$  alrededor de la estrella. Datos:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$  Considere 1 año terrestre = 365 días (Modelo 2010)
9. Se ha descubierto un planeta esférico de 4100 km de radio y con una aceleración de la gravedad en su superficie de  $7,2 \text{ m s}^{-2}$ . **a)** Calcule la masa del planeta. **b)** Calcule la energía mínima necesaria que hay que comunicar a un objeto de 3 kg de masa para lanzarlo desde la superficie del planeta y situarlo a 1000 km de altura de la superficie, en una órbita circular en torno al mismo. **Dato:** Constante de Gravitación  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$  (Modelo 2011)
10. Un satélite artificial está situado en una órbita circular en torno a la Tierra a una altura de su superficie de 2500 km. Si el satélite tiene una masa de 1100 kg: **a)** Calcule la energía cinética del satélite y su energía mecánica total. **b)** Calcule el módulo del momento angular del satélite respecto al centro de la Tierra. **Datos:** Constante de Gravitación  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ; Radio de la Tierra = 6370 km.; Masa de la Tierra =  $5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ . (Modelo 2011)
11. Dos satélites de masas  $m_A$  y  $m_B$  describen sendas órbitas circulares alrededor de la Tierra, siendo sus radios orbitales  $r_A$  y  $r_B$  respectivamente. Conteste razonadamente a las siguientes preguntas: **a)** Si  $m_A = m_B$  y  $r_A > r_B$ , ¿cuál de los dos satélites tiene mayor energía cinética? **b)** Si los dos satélites estuvieran en la misma órbita ( $r_A = r_B$ ) y tuviesen distinta masa ( $m_A < m_B$ ), ¿cuál de los dos tendría mayor energía cinética? (Modelo 2010)
12. Io, un satélite de Júpiter, tiene una masa de  $8,9 \times 10^{22} \text{ kg}$ , un periodo orbital de 1,77 días, y un radio medio orbital de  $4,22 \times 10^8 \text{ m}$ , Considerando que la órbita es circular con este radio, determine: **a)** La masa de Júpiter **b)** La intensidad de campo gravitatorio, debida a Júpiter, en los puntos de la órbita de Io. **c)** La energía cinética de Io en su órbita. **d)** El módulo del momento angular de Io respecto de su órbita (Junio 2010)
13. Un satélite de 1000 kg de masa describe una órbita circular de  $12 \times 10^3 \text{ km}$  de radio alrededor de la Tierra. Calcule: **a)** El módulo del momento lineal y el módulo del momento angular del satélite respecto al centro de la Tierra. ¿Cambian las direcciones de estos vectores al cambiar la posición del satélite en su órbita? **b)** El periodo y la energía mecánica del satélite en la órbita. Datos: Masa de la Tierra  $M_T = 5,9 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  Constante de Gravitación Universal  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$  (Junio 2010)
14. Razone si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones: **a)** El valor de la velocidad de escape de un objeto lanzado desde la superficie de la Tierra depende del valor de la masa del objeto. **b)** En el movimiento elíptico de un planeta en torno al Sol la velocidad del planeta en el perihelio (posición más próxima al Sol) es mayor que la velocidad en el afelio (posición más alejada del Sol) (Septiembre 2009)

15. Un satélite artificial de 100 kg se mueve en una órbita circular alrededor de la Tierra con una velocidad de 7,5 km/s. Calcule: **a)** El radio de la órbita. **b)** La energía potencial del satélite. **c)** La energía mecánica del satélite. **d)** La energía que habría que suministrar a este satélite para que cambiara su órbita a otra con el doble de radio. Datos:  $G=6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$   $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ ;  $R_T = 6370 \text{ km}$  (Septiembre 2010)
16. Considerando que la órbita de la Luna alrededor de la Tierra es una órbita circular, deduzca: **a)** La relación entre la energía potencial gravitatoria y la energía cinética de la Luna en su órbita. **b)** La relación entre el periodo orbital y el radio de la órbita descrita por la Luna. (Septiembre 2010)
17. Cuatro masas puntuales idénticas de 6 kg cada una están situadas en los vértices de un cuadrado de lado igual a 2 m. Calcule: **a)** El campo gravitatorio que crean las cuatro masas en el centro de cada lado del cuadrado. **b)** El potencial gravitatorio creado por las cuatro masas en el centro del cuadrado, tomando el infinito como origen de potenciales. Dato: Constante de Gravitación Universal  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$  (Modelo 2008)
18. Una sonda de masa 5000 kg se encuentra en una órbita circular a una altura sobre la superficie terrestre de  $1,5 R_T$ . Determine: **a)** el momento angular de la sonda en esa órbita respecto al centro de la Tierra; **b)** la energía que hay que comunicar a la sonda para que escape del campo gravitatorio terrestre desde esa órbita. Datos:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$  Masa de la Tierra  $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ ; Radio Tierra  $R_T = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$  (Junio 2008)
19. Un objeto de 5 kg de masa posee una energía potencial gravitatoria  $EP = -2 \times 10^8 \text{ J}$  cuando se encuentra a cierta distancia de la Tierra. **a)** Si el objeto a esta distancia estuviera describiendo una órbita circular. ¿Cuál sería su velocidad? **b)** Si la velocidad del objeto a esa distancia fuese de 9 km/s, ¿cuál sería su energía mecánica? ¿Podría el objeto estar describiendo una órbita elíptica es este caso? (Modelo 2007)
20. Sabiendo que la aceleración de la gravedad en un movimiento de caída libre en la superficie de la Luna es un sexto de la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra y que el radio de la Luna es aproximadamente  $0,27 R_{Tierra}$  (siendo  $R_{Tierra}$  el radio terrestre), calcule: **a)** la relación entre las densidades medias  $\rho_{Luna} / \rho_{Tierra}$  **b)** la relación entre las velocidades de escape de un objeto desde sus respectivas superficies  $(v_e)_{Luna} / (v_e)_{Tierra}$ . (Junio 2007)
21. Fobos es un satélite de Marte que gira en una órbita circular de 9380 km de radio ( $r_F$ ), respecto al centro del planeta, con un periodo de revolución ( $T_F$ ) de 7,65 horas. Otro satélite de Marte, Deimos, gira en una órbita de 23460 km de radio. Determine: **a)** La masa de Marte. **b)** El período de revolución del satélite Deimos. **c)** La energía mecánica del satélite Deimos. **d)** El módulo del momento angular de Deimos respecto al centro de Marte. Datos: Constante de Gravitación Universal  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$  Masa de Fobos  $m_F = 1,1 \times 10^{16} \text{ kg}$ ; Masa de Deimos  $m_D = 2,4 \times 10^{15} \text{ kg}$  (Junio 2007)
22. a) Desde la superficie de la Tierra se lanza verticalmente hacia arriba un objeto con una velocidad  $v$ . Si se desprecia el rozamiento, calcule el valor de  $v$  necesario para que el objeto alcance una altura igual al radio de la Tierra. b) Si se lanza el objeto desde la superficie de la Tierra con una velocidad doble a la calculada en el apartado anterior, ¿escapará o no del campo gravitatorio terrestre? Datos: Masa de la Tierra  $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$  Radio de la Tierra  $R_T = 6370 \text{ km}$  Constante de Gravitación  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$  (Septiembre 2006)
23. Se lanza una nave de masa  $m = 5 \times 10^3 \text{ kg}$  desde la superficie de un planeta de radio  $R_1 = 6 \times 10^3 \text{ km}$  y masa  $M_1 = 4 \times 10^{24} \text{ kg}$ , con velocidad inicial  $v_0 = 2 \times 10^4 \text{ m/s}$  en dirección hacia otro planeta del mismo radio  $R_2 = R_1$  y masa  $M_2 = 2 M_1$ , siguiendo la línea recta que une los centros de ambos planetas. Si la distancia entre dichos centros es  $D = 4,83 \times 10^{10} \text{ m}$ , determine: **a)** La posición del punto P en el que la fuerza neta sobre la nave es cero. **b)** La energía cinética con la que llegará la nave a la superficie del segundo planeta. (Modelo 2006)
24. Dos masas iguales,  $M = 20 \text{ kg}$ , ocupan posiciones fijas separadas una distancia de 2 m, según indica la figura. Una tercera masa,  $m' = 0,2 \text{ kg}$ , se suelta desde el reposo en un punto A equidistante de las dos masas anteriores y a una distancia de 1 m de la línea que las une ( $AB = 1 \text{ m}$ ). Si no actúan más que las acciones gravitatorias entre estas masas, determine: a) La fuerza ejercida (módulo, dirección y sentido) sobre la masa  $m'$  en la posición A. b) Las aceleraciones de la masa  $m'$  en las posiciones A y B. Dato: Constante de Gravitación Universal  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$  (Septiembre 2005)
25. Desde la superficie terrestre se lanza un satélite de 400 kg de masa hasta situarlo en una órbita circular a una distancia del centro de la Tierra igual a las  $7/6$  partes del radio terrestre. Calcule: **a)** La intensidad de campo gravitatorio terrestre en los puntos de la órbita del satélite. **b)** La velocidad y el periodo que tendrá el satélite en la órbita. **c)** La energía mecánica del satélite en la órbita. **d)** La variación de la energía potencial que ha experimentado el satélite al elevarlo desde la superficie de la Tierra hasta situarlo en su órbita. Datos: Masa de la Tierra  $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$  Radio de la Tierra  $R_T = 6370 \text{ km}$  Constante de Gravitación  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$  (Septiembre 2005)
26. La velocidad de un asteroide es de 20 km/s en el perihelio y de 14 km/s en el afelio. Determine en esas posiciones cual es la relación entre: a) Las distancias al Sol en torno al cual orbitan. b) Las energías potenciales del asteroide. (Modelo 2004)
27. La sonda especial Mars Odissey describe una órbita circular en torno a Marte a una altura sobre su superficie de 400 km. Sabiendo que un satélite de Marte describe órbitas circulares de 9390 km de radio y tarda en cada una de ellas 7'7 h, calcule: a) El tiempo que tardara la sonda especial en dar una vuelta completa. b) La masa de Marte y la aceleración de la gravedad en su superficie. Datos: Constante de Gravitación Universal  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$  Radio de Marte  $R_M = 3390 \text{ km}$  (Modelo 2004)