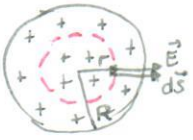
Repaso campo eléctrico y Gauss

1. Una carga eléctrica de -4 C es llevada desde un punto, donde existe un potencial de 15 V, a otro cuyo potencial es 40 V. Indica si gana o pierde energía y cuánta.
2. Una pequeña esfera de 0,2 g cuelga de un hilo de masa despreciable entre dos láminas verticales paralelas separadas 5 cm. La esfera tiene una carga positiva de $6 \cdot 10^{-9}$ C. a) ¿Qué diferencia de potencial entre las láminas hará que el hilo forme un ángulo de 45° con la vertical? b) ¿Cuál será la intensidad del campo eléctrico entre las láminas? c) Representa gráficamente las fuerzas que actúan sobre la esfera en la posición de equilibrio.
3. En tres vértices de un cuadrado de 2 m de lado se disponen cargas de +10 μC. Calcula el vector intensidad de campo eléctrico y el potencial eléctrico en el cuarto vértice, y el trabajo necesario para llevar una carga de –5 μC desde el centro del cuadrado hasta el cuarto vértice. Dato: $K = 9.10^9$ $N.m^2C^{-2}$
4. Un electrón cuya velocidad es de 2×10^4 m/s penetra en un campo eléctrico uniforme cuyas placas están separadas 1 cm y sometidas a una diferencia de potencial de $8{,}53 \times 10^{-4}$ V. Si cuando llega a la segunda placa, su velocidad es de 10^4 m/s, determinar: Hacer un esquema gráfico del problema. a) la intensidad del campo b) la fuerza que actúa sobre el electrón c) el trabajo realizado d) la variación de energía cinética y potencial que ha tenido lugar. Datos: masa del electrón: $9{,}1 \times 10^{-31}$ kg; valor absoluto de la carga del electrón: $1{,}6 \times 10^{-19}$ C.
5. Sean dos distribuciones superficiales infinitas de carga (hojas planas infinitas) paralelas entre sí que distan 2 cm. Sabiendo que la primera placa tiene una densidad de carga negativa y de valor 10^{-2} $C.m^{-2}$ y que el campo creado por ambas a 1 cm a la derecha de la segunda es $-3{,}5 \times 10^8$ N/C i, calcular aplicando el teorema de Gauss: a) la densidad de carga de la segunda placa. b) el potencial debido a las dos placas en ese punto. Datos: $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}$ $C^2N^{-1}m^{-2}$.
6. Una esfera de 5 cm está uniformemente cargada con una densidad de carga de $1.2 \cdot 10^{-5}/\pi$ C/m^3. Calcular el módulo del campo eléctrico a una distancia *r* del centro, en el interior, *r*= 2 cm y en el exterior *r = 10 cm* de la esfera cargada. Calcular el potencial a esa última distancia. Datos: $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}$ $C^2N^{-1}m^{-2}$.

(6) $\rho = \frac{1'2.10^{-5}}{\pi}$ C/m^3



$\phi = \int \vec{E}\, d\vec{S} = \int E\, dS \cos 0 = \int E\, dS = ES$ (*)

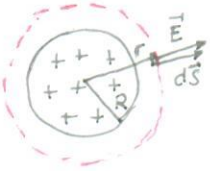
$\phi = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0} \Rightarrow ES = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$

$S = 4\pi r^2 \qquad E.4\pi r^2 = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0} \rightarrow E = \frac{Q_{enc}}{4\pi r^2 \varepsilon_0}$

$\rho = \frac{Q}{V} \Rightarrow \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{Q_{enc}}{\frac{4}{3}\pi r^3} \Rightarrow Q_{enc} = \frac{Q r^3}{R^3} \Rightarrow E = \frac{Q r^3/R^3}{4\pi r^2 \varepsilon_0} \rightarrow \boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qr}{R^3}}$

$R = 5.10^{-2}$ m
$r = 2.10^{-2}$ m } Calculamos $Q \rightarrow \rho = \frac{Q}{V} \rightarrow Q = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho = \frac{4}{3}\pi (5.10^{-2})^3 . \frac{1'2.10^{-5}}{\pi} = \boxed{2.10^{-9} C}$

$E = \frac{1}{4\pi . 8'85.10^{-12}} \frac{2.10^{-9} . 2.10^{-2}}{(5.10^{-2})^3} \rightarrow \boxed{E = 2877'37 \text{ N/C}}$



(*) $\phi = ES = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \rightarrow E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$ $\qquad E = \frac{1}{4\pi . 8'85.10^{-12}} \frac{2.10^{-9}}{0'1^2} = \boxed{1798'36 \text{ N/C}}$

$r = 10$ cm $= 0'1$ m $\qquad E = -\frac{dV}{dr} \rightarrow V = -\int E\, dr = -\int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$

$V = \frac{1}{4\pi . 8'85.10^{-12}} \frac{2.10^{-9}}{0'1} = \boxed{179'84 \text{ V}}$

① $W_A^B = q\,(V_A - V_B) = 4\,(15-40) = -100\,J$

$q = 4\,C$

$V_A = 15\,V$

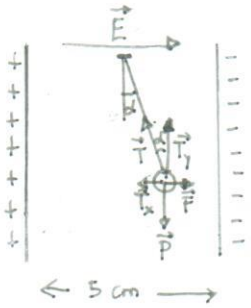
$V_B = 40\,V$

$W < 0 \Rightarrow$ trabajo realizado en contra de las fuerzas del campo

La carga no se mueve espontaneamente

$W = -\Delta E_p \qquad \Delta E_p = 100\,J \Rightarrow$ La E_p aumenta

②



$m = 0'2\,g = 2.10^{-4}\,Kg \qquad d = 0'05\,m$

$q = 6.10^{-9}\,C$

$\alpha = 45°$

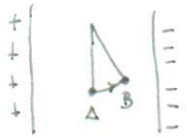
$T_y = T\cos 45° \qquad T_y - P = 0 \qquad T_y = P \qquad T_y = mg = 2.10^{-4}.\,9'8 = 1'96.10^{-3}\,N$

$\hookrightarrow 1'96.10^{-3} = T\,\frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow T = 2'77.10^{-3}\,N$

$T_x = T\,\text{sen}\,45 \rightarrow T_x = 2'77.10^{-3}\,\frac{\sqrt{2}}{2} = 1'96.10^{-3}\,N$

$F - T_x = 0 \qquad F = T_x = \boxed{1'96.10^{-3}\,N} \qquad \vec{F} = 1'96.10^{-3}\,\vec{i}\,N$

$E = \frac{F}{q} = \frac{1'96.10^{-3}}{6.10^{-9}} = 3'27.10^5\,N/C \qquad \vec{E} = 3'27.10^5\,\vec{i}\,N/C$

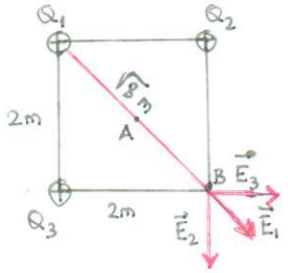


$V = E.d = 3'27.10^5.0'05 = \boxed{16333'33\,V}$

Vezmos el signo $V_A > V_B \rightarrow \Delta V = V_B - V_A < 0$

$\boxed{\Delta V = -16333'33\,V}$

③



$Q_1 = Q_2 = Q_3 = 10\,\mu C = 10^{-7}\,C \qquad q = -5\,\mu C = -5.10^{-6}\,C$

$E_1 = K\,\frac{Q_1}{r_1^2} = 9.10^9\,\frac{10^{-7}}{\sqrt{8}^2} = 112'5\,N/C \qquad r_1 = \sqrt{2^2+2^2} = \sqrt{8}\,m$

$E_2 = K\,\frac{Q_2}{r_2^2} = 9.10^9\,\frac{10^{-7}}{2^2} = 225\,N/C \qquad \vec{E}_2 = -225\,\vec{j}\,N/C$

$E_3 = K\,\frac{Q_3}{r_3^2} = 9.10^9\,\frac{10^{-7}}{2^2} = 225\,N/C \qquad \vec{E}_3 = 225\,\vec{i}\,N/C$

$\vec{E}_1 = E_1\cos 45\,\vec{i} - E_1\,\text{sen}\,45\,\vec{j} = 112'5\,\frac{\sqrt{2}}{2}\,\vec{i} - 112'5\,\frac{\sqrt{2}}{2}\,\vec{j} = 79'55\,\vec{i} - 79'55\,\vec{j}$

$\vec{E} = \Sigma\vec{E}_i = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = 79'55\,\vec{i} - 79'55\,\vec{j} - 225\,\vec{j} + 225\,\vec{i} = \boxed{304'55\,\vec{i} - 304'55\,\vec{j}}$

$E = \sqrt{304'55^2 + 304'55^2} = 430'7\,N/C \qquad \boxed{E = 430'7\,N/C}$

$V_A = K\left(\frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2} + \frac{Q_3}{r_3}\right) = 9.10^9\left(\frac{10^{-7}}{\sqrt{8}/2} + \frac{10^{-7}}{\sqrt{8}/2} + \frac{10^{-7}}{\sqrt{8}/2}\right) = 1909'2\,V$

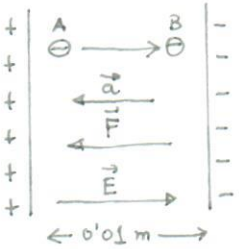
$V_B = K\left(\frac{Q_1}{r_1'} + \frac{Q_2}{r_2'} + \frac{Q_3}{r_3'}\right) = 9.10^9\left(\frac{10^{-7}}{\sqrt{8}} + \frac{10^{-7}}{2} + \frac{10^{-7}}{2}\right) = 1218'2\,V$

$W_A^B = q\,(V_A - V_B) = -5.10^{-6}\,(1909'2 - 1218'2) = \boxed{-3'46.10^{-3}\,J}$ Trabajo realizado en contra de las fuerzas del campo

④ $V_0 = 2.10^4$ m/s $V = 10^4$ m/s m_e, q_e

$d = 1$ cm $= 0'01$ m

$V = 8'53.10^{-4}$ V



Se dirige desde la placa positiva hacia la negativa, por eso disminuye su velocidad.

Veamos su ΔV $V_A > V_B \Rightarrow \Delta V = V_B - V_A < 0 \Rightarrow \Delta V = -8'53.10^{-4}$ V.

a) $V = E.d \rightarrow 8'53.10^{-4}{}^{*} = E.0'01 \rightarrow E = 8'53.10^{-2}$ N/C

$\boxed{\vec{E} = 8'53.10^{-2}\,\vec{i}\ \text{N/C}}$

* Da igual el signo de V pues decidimos el signo de $\vec{E}$ por el gráfico. Además, en realidad $\Delta V = -E.d$ ya que $E = -\frac{\Delta V}{\Delta r}$

b) $F = qE \rightarrow F = 1'6.10^{-19}.\ 8'53.10^{-2} \rightarrow F = 1'36.10^{-20}$ N

$\boxed{\vec{F} = -1'36.10^{-20}\,\vec{i}\ \text{N}}$

c) $W = \Delta E_c = \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2) = \frac{1}{2}\,9'1.10^{-31}\,((10^4)^2 - (2.10^4)^2) = -1'365.10^{-22}$ J

$\boxed{W = -1'37.10^{-22}\ \text{J}}$ Trabajo realizado en contra de las fuerzas del campo

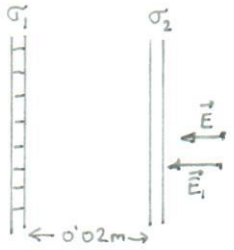
También $W_A^B = q(V_A - V_B) = -1'6.10^{-19}.\ 8'53.10^{-4} = -1'37.10^{-22}$ J *

* Como $V_B - V_A = \Delta V = -8'53.10^{-4}$ V $\Rightarrow V_A - V_B = 8'53.10^{-4}$ V

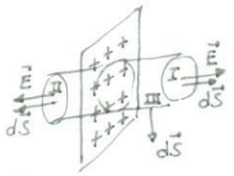
d) $\boxed{\Delta E_c = W = -1'37.10^{-22}\ \text{J}}$

$\Delta E_c + \Delta E_p = 0$ $\boxed{\Delta E_p = -\Delta E_c = 1'37.10^{-22}\ \text{J}}$

⑤



$\sigma_1 = 10^{-2}$ C/m² $\vec{E} = -3'5.10^8\,\vec{i}$ N/C



a) $\phi = \phi_I + \phi_{II} + \phi_{III}$

$\phi_{III} = 0$ ya que $\vec{E} \perp d\vec{S}$

$\vec{E}.d\vec{S} = E\,dS\cos 90 = 0$

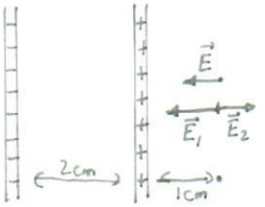
$\phi = \phi_I + \phi_{II} =$

$= 2\int \vec{E}.d\vec{S} = 2\int E\,dS\cos 0 = 2\int E\,dS = 2ES$

$\phi = \frac{Q}{\varepsilon_0} \rightarrow 2ES = \frac{Q}{\varepsilon_0} \rightarrow E = \frac{Q}{2\varepsilon_0 S}$ como $\sigma = \frac{Q}{S} \Rightarrow \boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$

$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \rightarrow E_1 = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} \rightarrow E_1 = \frac{10^{-2}}{2.8'85.10^{-12}} = 5'65.10^8$ N/C $\rightarrow \vec{E}_1 = -5'65.10^8\,\vec{i}$ N/C

Como $|E_1| > |E| \rightarrow \vec{E}_2 > 0$ y por tanto la 2ª placa es ⊕



$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \rightarrow -3'5.10^8\,\vec{i} = -5'65.10^8\,\vec{i} + \vec{E}_2$ $\vec{E}_2 = 2'15.10^8\,\vec{i}$ N/C

$E_2 = \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} \rightarrow \sigma_2 = 2'15.10^8.\ 2.8'85.10^{-12} \rightarrow \boxed{\sigma_2 = 3'8.10^{-3}\ \text{C/m}^2}$

b) $E = -\frac{dV}{dr} \rightarrow V = -\int E\,dr = -\int \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,dr = -\frac{\sigma r}{2\varepsilon_0}$

$V = \Sigma V_i \rightarrow V = -\frac{\sigma_1 r_1}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_2 r_2}{2\varepsilon_0} = -\frac{-10^{-2}.\ 3.10^{-2}}{2.8'85.10^{-12}} - \frac{3'8.10^{-3}.\ 1.10^{-2}}{2.8'85.10^{-12}} = \boxed{1'48.10^7\ \text{V}}$

$\sigma_1 < 0$ pues $\sigma_1 = \frac{Q}{S}$ y $Q < 0$ $\sigma_2 > 0$ pues $Q > 0$